

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИРОДООХРАННЫХ ПРОЦЕССОВ. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЫПУСКА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СТОЧНЫХ ВОД НА ВОДНО- ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕКИ

Санкт-Петербургский государственный
технологический институт (технический университет)
190013, Санкт-Петербург, Московский пр., 26

В статье представлены результаты моделирования в системе компьютерной математики MathCAD динамики изменения концентрации растворенного кислорода, биохимической потребности кислорода, которые характеризуют степень загрязнения воды. Проведено исследование влияния различных факторов на водно-экологические характеристики реки.

Ключевые слова: растворенный кислород, биохимическая потребность кислорода, MathCAD, моделирование водно-экологических процессов реки, загрязнение воды.

Описание решаемой задачи

В настоящее время существует острая необходимость моделирования экологических процессов, связанных прежде всего с моделью устойчивого развития общества в долгосрочной перспективе.

В связи с этим особую актуальность приобретают работы по разработке и моделированию водно-экологических процессов.

На рисунке 1 показаны источники и выпуски воды для типичной реки небольшого города [1]. Водная флора и фауна реки зависит от поддержания адекватной концентрации растворенного кислорода по всей ее длине.



Рисунок 1. Схема типичных входных и выходных потоков реки города

Концентрация растворенного кислорода (РК) в реке зависит от нескольких факторов, таких как входы из-

за выпуска воды из очистных сооружений или в результате промышленных процессов, сельскохозяйственных выпусков вод, наличие притоков и аэрации в связи с наличием водопадов и плотин. Модель изменения концентрации растворенного кислорода полезна для прогнозирования возможных последствий дополнительных возмущений в реке или аэрации.

Выпускные воды очистных сооружений отличаются от речной воды температурой, биохимической потребностью кислорода (БПК) (S) – показателем качества воды, характеризующим суммарное содержание в воде органических веществ, концентрациями РК (O).

Определение БПК основано на измерении концентрации в пробе воды непосредственно после отбора, а также после инкубации пробы. Обычно определяют БПК за 5 суток инкубации (BPK_5), однако содержание некоторых соединений более информативно характеризуется величиной БПК за 10 суток - (BPK_{10}) или за 20 суток – ($BPK_{полное}$). БПК указывает перегруженность воды органическими загрязнителями.

Если выпускные воды спускаются в реку с примерно постоянной скоростью, то можно предположить, что устойчивое состояние будет достигнуто в некоторой точке по длине в отношении БПК и растворенного кислорода.

С помощью предлагаемого подхода на основе математического моделирования можно предсказать концентрации РК и БПК, которые могут встретиться в реке ниже по течению по истечении определенного периода времени. Природные воды имеют невысокие показатели

¹ Холоднов Владислав Алексеевич, д-р техн. наук, профессор, кафедра системного анализа, e-mail: holodnov@sa.lti-gti.ru

² Кулишенко Роман Юрьевич, ассистент, кафедра системного анализа, e-mail: admin@sa.lti-gti.ru

³ Ананченко Игорь Викторович, к.т.н., доцент, кафедра системного анализа, e-mail: igor@anantchenko.ru

⁴ Баскакова Полина Евгеньевна, к.х.н., доцент, кафедра высшей математики

БПК (обычно их БПК₅ не превышает 0,5–2 мг/л). Более высокие показатели БПК указывают на загрязнение природных вод. Наибольшую санитарную опасность представляют загрязнения органического происхождения.

При моделировании были приняты следующие допущения:

- в бытовых выпускных водах взвешенных веществ органического происхождения содержится в среднем от 100 до 300 мг/л. Бытовые выпускные воды имеют БПК от 100 до 400 мг/л, и их можно оценить как весьма загрязненные. БПК промышленных выпусков в зависимости от производства и состава выпусков составляет 200 - 3000 мг/л;
- очищенные выпускные воды, выпускаемые в водоем, обычно содержат 4-8 мг/л растворенного кислорода;
- минимальное содержание растворенного кислорода для нормальной жизнедеятельности микроорганизмов составляет 2 мг/л;
- в поверхностных водах содержание растворенного кислорода может колебаться от 0 до 14 мг/л и подвержено значительным сезонным и суточным колебаниям. В сильно загрязненных органическими соединениями водных объектах может иметь место значительный дефицит кислорода. Уменьшение концентрации РК до 2 мг/л вызывает массовую гибель рыб и других гидробионтов.
- в воде водоемов в любой период года концентрация растворенного кислорода должна быть не менее 4 мг/л. ПДК растворенного в воде кислорода для рыбохозяйственных водоемов установлена 6 мг/л (для ценных пород рыбы) либо 4 мг/л (для остальных пород).

Обычно содержание РК и БПК мало изменяется по ширине реки, а если река не слишком глубока, то и по глубине. Таким образом, при моделировании можно учитывать изменение этих показателей только по длине реки.

При построении модели, река города разбивается на отдельные участки (в работе на 12 участков). Предполагается, что процессы внутри каждого участка хорошо перемешаны и, следовательно, концентрация РК и БПК здесь постоянны. Подробная модель каждого участка была нами рассмотрена ранее [2].

Изменение концентраций РК (O) и БПК(S) во времени и по участку длины реки ($n = \overline{1, N}, N = 12$) можно представить в виде системы из 24 дифференциальных уравнений их материального баланса [3] в следующем виде:

при $i = \overline{1, 4}, 10, 12$:

$$\frac{dO_i}{dt} = \frac{W_{i-1} \cdot O_{i-1} - W_i O_i}{V_i} + R_{\text{аэп},i} - \frac{R_{\text{био},i}}{Y}$$

при $i = \overline{1, 2}$:

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{W_{i-1} \cdot S_{i-1} - W_i S_i}{V_i} - R_{\text{био},i} + R_{\text{с.х},i}$$

при $i = \overline{3, 4}, 10, 12$:

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{W_{i-1} \cdot S_{i-1} - W_i S_i}{V_i} - R_{\text{био},i}$$

при $i = \overline{5, 9}, 11$:

$$\frac{dO_i}{dt} = \frac{W_{i-1} \cdot O_{i-1} - W_i O_i + (-1)^k W_j \cdot O_j}{V_i} + R_{\text{аэп},i} - \frac{R_{\text{био},i}}{Y}$$

$$\frac{dS_i}{dt} = \frac{W_{i-1} \cdot S_{i-1} - W_i S_i + (-1)^k W_j \cdot S_j}{V_i} - R_{\text{био},i}$$

где:

$$j = \{c1, п1, c2, п2, п3, п4\},$$

$$k = \{1, 0, 1, 0, 0, 0\}.$$

В работе принято $O_0 = 8, S_0 = 30, W_0 = 1$.

Начальные условия: при $t = 0$: $O_n = 8, S_n = 30$.

($n = \overline{1, N}$, где $N = 12$)

С учетом потоков, показанных на рисунке 1, общий массовый баланс для расходов по каждому из участков длины реки можно записать в следующем виде:

$$W_1 = W_2 = W_3 = W_4 = W_0,$$

$$W_5 = W_4 - W_{c1}$$

$$W_6 = W_5 + W_{п1}$$

$$W_7 = W_6 - W_{c2}$$

$$W_8 = W_7 + W_{п2},$$

$$W_9 = W_8 + W_{п3},$$

$$W_{10} = W_9$$

$$W_{11} = W_{10} + W_{п4}$$

$$W_{12} = W_{11}$$

где индекс «с» соответствует выпуску, а индекс «п» – притоку соответствующего потока.

Численные значения притоков и выпусков для одного из вариантов вычислений приведены в программе вычислений.

Слагаемое $R_{a,n}$ учитывает аэрацию на n-ом участке длины реки и определяется формулой:

$$R_{a,n} = Ka_n \cdot (O_{\text{нас}} - O_n), \quad (4)$$

где Ka_n дается эмпирическим выражением и зависит от

градиента линейной скорости реки g_n и скорости V_n по формуле:

$$Ka_n = 0.142 \cdot g_n \cdot v_n, \quad (5)$$

$$\text{где: } v_n = \frac{W_n}{b_n d_n}. \quad (6)$$

Предполагается, что насыщенная концентрация растворенного кислорода $O_{\text{нас}}$ зависит от температуры в реке T (°C):

$$O_{\text{нас}} = 14.652 - 0.41 \cdot T + 0.008 \cdot T^2, \quad (7)$$

где: b_n, d_n – ширина и глубина соответствующего участка реки, м.

Предполагается, что скорость поглощения биологического субстрата зависит от субстрата и концентрации кислорода по второму порядку кинетики:

$$R_{\text{био},n} = \mu_{\text{max}} S_n O_n, \quad (8)$$

где: μ_{max} – максимальное значение степени роста биомассы, с^{-1} .

Скорость поглощения кислорода рассчитывается с постоянным выходом в виде:

$$R_{p,n} = \frac{2Lv_n C_n}{V_n} \quad (9)$$

характеризует БПК сельскохозяйственных выпускных вод.

После преобразований эту формулу можно представить в следующем виде:

$$R_{p,n} = \frac{2W_n C_n}{b_n^2 d_n^2}$$

Коэффициент 2 применяется, поскольку БПК сельскохозяйственных выпускных вод может войти с обоих берегов реки.

Здесь:

- L – длина соответствующего участка реки, м (в работе принято $L = 1000$ м),
- V_n – объем соответствующего участка реки, м^3 , где: $V_n = d_n \cdot b_n \cdot 1000$,

- C_n – коэффициент, характеризующий сельскохозяйственные выпускные воды, $г/м^2$,
- $\frac{R_{био,n}}{Y}$ представляет вклад БПК в реку из-за сельскохозяйственных выпусков,
- v_n – скорость течения реки на участке n , $м/с$,
- g_n – коэффициент, учитывающий градиент линейной скорости по длине участка реки,
- Y – фактор разделения (S/O), в работе принято $Y = 0.8$.

Таблица 1. Перечень условных обозначений

Обозначение	Наименование	Размерность
C_n	Сельскохозяйственные стоки	$г/м^2$
d_n	Глубина реки	$м$
g_n	Коэффициент, учитывающий градиент линейной скорости по длине реки	$м \cdot м^{-1}$
Ka	Коэффициент аэрации	$с^{-1}$
v_n	Скорость течения реки	$м/с$
L	Длина одного участка длины	$м$
O_n	Концентрация растворенного кислорода	$г/м^3$
W_n	Объемный расход воды	$м^3 \cdot с^{-1}$
Ra_n	Коэффициент аэрации	$г \cdot м^{-3} \cdot с^{-1}$
$Rbio_n$	Коэффициент биологического потребления кислорода	$г \cdot м^{-3} \cdot с^{-1}$
$R_{p,n}$	БПК сельскохозяйственных сточных вод	$г \cdot м^{-3} \cdot с^{-1}$
S_n	Концентрация субстрата	$г/м^3$
T	Температура реки	$°C$
V_n	Объем ячейки реки	$м^3$
b_n	Ширина реки	$м$
Y	Фактор разделения	
μ_{max}	Максимальная удельная скорость роста	$с^{-1}$

Авторами статьи с помощью системы компьютерной математики MathCAD [4] была составлена программа решения уравнений математического описания рассматриваемого процесса, которое представляет систему из 24 обыкновенных дифференциальных уравнений. На рисунке 2 приведены результаты моделирования для одного из вариантов.

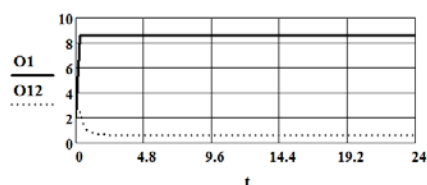
Обращение к функции Rkadapt для решения системы дифференциальных уравнений

$$Z := \text{Rkadapt}(C, 0, 100000, 100, D)$$

Результаты моделирования

$$t := \frac{Z^{(1)}}{3600} \quad O1 := Z^{(2)} \quad O12 := Z^{(13)} \quad S1 := Z^{(14)} \quad S12 := Z^{(25)}$$

Изменение концентрации растворенного кислорода во времени (час.) в реке на входе и выходе из города



Изменение концентрации БПК во времени (час.) в реке на входе и выходе из города

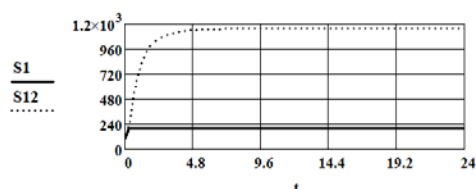


Рисунок 2. Результаты решения задачи

Исследование влияния различных факторов на экологию реки

1. Исследование влияния аэрации на изменение концентрации БПК (S) и концентрации растворенного кислорода РК (O) при свободном течении реки без притоков и выпусков и без сельскохозяйственных сбросов при изменении коэффициента аэрации.

Таблица 2. Результаты исследования влияния аэрации на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O))

Коэффициент аэрации	Концентрации на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
0.0001	91.2	0.126
0.001	84.6	1.3
0.01	62.4	9.32
0.05	52.9	9.56
0.005	69.6	3.9
0.0025	77.1	2.3

Таким образом, даже при отсутствии внешних воздействий роль аэрации очень значительна.

2. Исследование влияния температуры реки на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)) представлены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты исследования влияния температуры реки на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода – PK (O). $Ka = 0.005$

Температура реки, °C	Концентрации на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
10	69.6	3.9
20	70.3	3.8
30	69.8	3.8
40	65.9	4.6

Как видно, изменение температуры реки не оказывает существенное влияние на результаты.

Результаты исследования влияния сельскохозяйственных выпускных вод на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)) представлены в таблице 4.

Таблица 4. Результаты исследования влияния сельскохозяйственных выпускных вод на БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)). Температура реки $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $Ka = 0.005$

Значение варьируемых параметров	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
$Cx1 = 0.0, Cx2 = 0.0$	70.3	3.8
$Cx1 = 0.1, Cx2 = 0.1$	206.9	2.02
$Cx1 = 0.2, Cx2 = 0.2$	358.6	1.26
$Cx1 = 0.4, Cx2 = 0.4$	670.0	0.7

Очевидно сильное влияние сельскохозяйственных выпускных вод на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода – PK (O). Особо сильное влияние они оказывают на БПК (S).

Исследование влияния притоков

Результаты исследования влияния промышленных выпускных вод (в виде обработанной воды) на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)) представлены в таблице 5.

Таблица 5. Результаты влияния промышленных выпускных вод на БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода – PK (O).

Значение варьируемых параметров	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
$Wn2=0$	70.3	3.8
$Wn2=2, On2=0.01, Sn2=600$	151.7	2.6
$Wn2=2, On2=0.1, Sn2=500$	135.8	2.83
$Wn2=5, On2=0.1, Sn2=500$	135.8	2.82
$Wn2=10, On2=0.1, Sn2=500$	273.8	2.46

Для исследования данного влияния изменяли параметры потока (приток 2) при $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ при $Ka = 0.005$ без учета присутствия сельскохозяйственных выпускных вод и возмущений по другим потокам.

Как видно из результатов, приведенных в таблице 6, выпуск в виде обработанной воды оказывает умеренное влияние.

Таблица 6. Результаты влияния промышленных выпускных вод на БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)).

Значение варьируемых параметров	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
$Wn3 = 0$	70.3	3.8
$Wn3 = 2, On3 = 0.01, Sn3 = 600$	156.6	2.6
$Wn3 = 2, On3 = 0.1, Sn3 = 500$	136.5	2.6
$Wn3 = 5, On3 = 0.1, Sn3 = 500$	205.4	2.45
$Wn3 = 10, On3 = 0.1, Sn3 = 500$	275.3	2.4

5. Результаты исследования влияния сброса промышленных выпускных вод на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода – PK (O) представлены в таблице 6. Для исследования этого влияния изменяли параметры потока (приток 3) при $T=20 \text{ }^\circ\text{C}$, $Ka = 0.005$ в отсутствие сельскохозяйственных выпускных вод и возмущений по другим потокам.

Как видно из таблицы 7, промышленные выпускные воды с указанными параметрами существенно влияют

на концентрацию БПК и не оказывают катастрофического влияния на концентрацию растворенного кислорода (PK(O)), т.к. его значение более 2.

Таблица 7. Результаты влияния промышленных отходов на БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)).

Значение варьируемых параметров	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
$Wn4=0$	70.3	3.8
$Wn4=5, On4=0.01, Sn4=1000$	374.1	1.54
$Wn4=10, On4=0.01, Sn4=5000$	2526	0.34

6. Результаты исследования влияния сброса промышленных отходов на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK(O)) представлены в таблице 7. С целью исследования данной зависимости варьировались параметры потока (приток 4) при $T=20 \text{ }^\circ\text{C}$, $Ka = 0.005$ без сельскохозяйственных выпускных вод и возмущений по другим потокам.

В данном случае влияние оказывается существенным. Наблюдается очень большое значение концентрации БПК и очень низкое значение концентрации растворенного кислорода.

Исследования влияния выпусков

7. Результаты исследования влияния выпусков на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода – PK (O) представлены в таблицах 8 и 9.

В ходе исследования изменялись параметры потока (выпуск 1 – отбор питьевой воды) при $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $Ka = 0.005$ при отсутствии сельскохозяйственных выпускных вод и возмущений по другим потокам (таблица 9).

Таблица 8. Результаты исследования влияния выпусков на БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)).

Значение варьируемых параметров	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
$Wc1=1, Oc1=5, Sc1=2$	77.2	3.4
$Wc1=2, Oc1=5, Sc1=1$	87.3	2.9
$Wc1=5, Oc1=10, Sc1=1$	149.5	1.3

Как видно из таблицы 8, отбор большого количества питьевой воды приводит к большому значению концентрации БПК и низкому концентрации растворенного кислорода.

8. Исследование влияния отбора воды на промышленные нужды. Изменяли параметры потока (выпуска 2 – отбор воды на промышленные нужды) при $T=20 \text{ }^\circ\text{C}$, $Ka = 0.005$ без сельскохозяйственных выпускных вод и возмущений по другим потокам (таблица 9).

Таблица 9. Результаты влияния выпусков на концентрацию БПК (S) и на концентрацию растворенного кислорода (PK (O)).

Значение варьируемых параметров	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	PK (O)
$Wc2 = 1, Oc2 = 1, Sc2 = 10$	76.3	5.5
$Wc2 = 2, Oc2 = 1, Sc2 = 50$	76.1	3.2
$Wc2 = 5, Oc2 = 1, Sc2 = 2$	143.2	1.33
$Wc2 = 2, Oc2 = 0.1, Sc2 = 200$	44.5	4.4

Как видно из результатов, приведенных в таблице 9, отбор воды на промышленные нужды в небольших количествах не оказывает сильного влияния на экологию.

Исследование совместного влияния факторов на изменение концентрации БПК и растворенного кислорода на выходе реки из города

Исследование совместного влияния факторов на изменение концентрации БПК и растворенного кислорода на выходе реки из города показано на рисунках 3-8.

$$C_{sx1} := 0.1 \quad C_{sx2} := 0.1$$

$$\text{Градиент скорости} \quad i := 1..12 \quad g_i := 0.005$$

Характеристики притоков

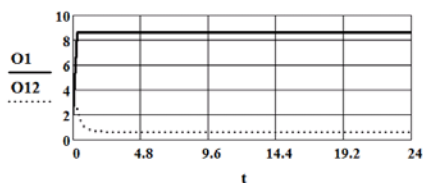
$W_{п1} := 2$	$W_{п2} := 2$	$W_{п3} := 3$	$W_{п4} := 3$
$O_{п1} := 20$	$O_{п2} := 0.01$	$O_{п3} := 0.1$	$O_{п4} := 0.01$
$S_{п1} := 300$	$S_{п2} := 400$	$S_{п3} := 500$	$S_{п4} := 5000$

Характеристики стоков

$W_{с1} := 2$	$W_{с2} := 2$
$O_{с1} := 0.1$	$O_{с2} := 2$
$S_{с1} := 200$	$S_{с2} := 500$

Рисунок 3. исходные данные исследования совместного влияния факторов на изменение концентрации БПК и растворенного кислорода на выходе реки из города

Изменение концентрации растворенного кислорода во времени (час.) в реке на входе и выходе из города



Изменение концентрации БПК во времени (час.) в реке на входе и выходе из города

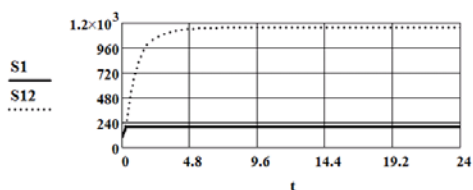
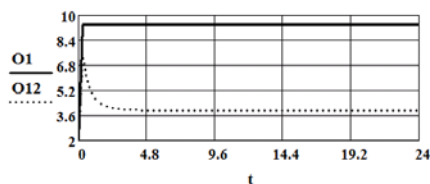


Рисунок 4. Результаты исследования исходного варианта

Изменение концентрации растворенного кислорода во времени (час.) в реке на входе и выходе из города



Изменение концентрации БПК во времени (час.) в реке на входе и выходе из города

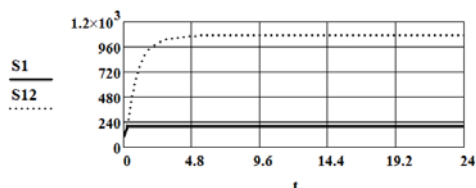
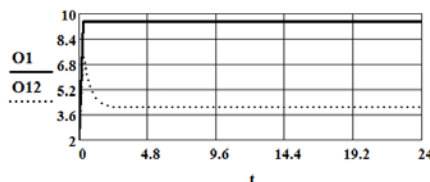


Рисунок 5. Результаты исследования при увеличении аэрации в 10 раз

Изменение концентрации растворенного кислорода во времени (час.) в реке на входе и выходе из города



Изменение концентрации БПК во времени (час.) в реке на входе и выходе из города

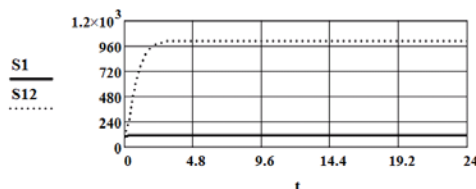
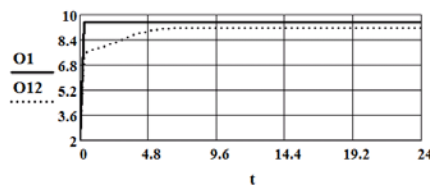


Рисунок 6. Результаты исследования при уменьшении расхода сельскохозяйственных выпускных вод в 10 раз

Изменение концентрации растворенного кислорода во времени (час.) в реке на входе и выходе из города



Изменение концентрации БПК во времени (час.) в реке на входе и выходе из города

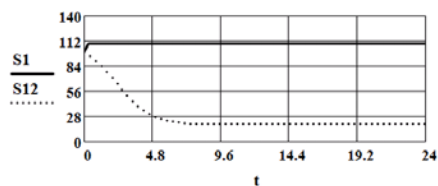
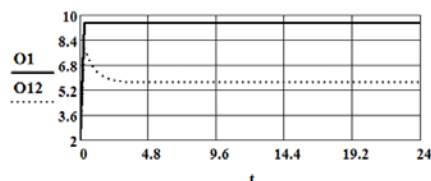


Рисунок 7. Результаты исследования при закрытии всех притоков

Изменение концентрации растворенного кислорода во времени (час.) в реке на входе и выходе из города



Изменение концентрации БПК во времени (час.) в реке на входе и выходе из города

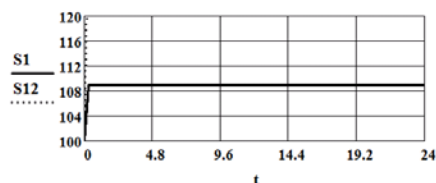


Рисунок 8. Результаты исследования при закрытии всех выпусков

Численные значения концентраций БПК и растворенного кислорода исследования приведены в таблице 10.

Таблица 10. Результаты исследований

Моделируемая ситуация	Концентрация на выходе реки из города	
	БПК (S)	ПК (O)
Исходный вариант	1157	0.58
Увеличение аэрации в 10 раз	1071	3.9
Уменьшение сельскохозяйственных выпускных вод в 10 раз	1008	4.1
Закрыть притоки	19.3	9.1
Закрыть выпуски	442.1	5.7

Литература

1. Долгонос Б.М. Нелинейная динамика Экологических и гидрологических процессов. М.: Либроком, 2009. 440 с.
2. Snape J.B., Dunn I.J., Ingham J., Prenosil J.E.. Dynamics of Environmental Bioprocesses Modelling and Simulation. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 1995. 492 p.
3. Холоднов В. А., Кулишенко Р. Ю., Федоров В.Н. Математическая модель процесса сброса сточных вод очистных сооружений на экологию реки в условиях неопределенности информации. // Известия СПбГТИ(ТУ). 2012. № 14(40). С. 73-77.
4. В.А.Холоднов, В. Решетиловский [и др.]. Системный анализ и принятие решений. Компьютерное моделирование и оптимизация объектов химической технологии в Mathcad и Excel: уч. пособие. СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2007. 434 с.
5. Холоднов В.А., Дьяконов В.П., Иванова Е.Н., Кирьянова Л.С. Математическое моделирование и оптимизация химико-технологических процессов: практ. руководство. СПб.: АНО НПО «Профессионал», 2003. 480 с.